

Harjoitus 3

deadline: 13.4.2026, klo 12:00

Ex 3.1: Anna esimerkki kuvauksesta joka on jatkuva muttei avoin. Anna esimerkki funktiosta joka on avoin muttei jatkuva.

Ex 3.2: Todista, että normiavaruuksien välinen avoin lineaarinen kuvaus on surjektio.

Ex 3.3: Olkoot E normiavaruus ja $A, B \subset E$. Onko inklusio

$$\overline{A} + \overline{B} \subset \overline{A + B}$$

aina totta?

Ex 3.4: Olkoot E normiavaruus ja $A, B \subset E$. Onko yhtäsuuruus

$$\overline{A} + \overline{B} = \overline{A + B}$$

aina totta?

Ex 3.5: Anna esimerkki jatkuvasta lineaarisesta injektioista $T: E \rightarrow E$ joka ei ole alhaalta rajoitettu, eli jolle ei ole olemassa $\beta > 0$ siten, että $\|Tx\| \geq \beta\|x\|$ kaikilla $x \in E$.

Ex 3.6: Olkoon E Banach-avaruus ja $T: E \rightarrow E$ jatkuva lineaarinen injektio joka ei ole alhaalta rajoitettu. Voiko tällöin $T(E)$ olla suljettu? Entä avoin?