

Ex 6.1: Olkoot $(E, \|\cdot\|_E)$, $(F, \|\cdot\|_F)$ normiavaruuDET, ja $\Lambda : E \rightarrow F$ additiivinen isometria. Osoita, että Λ on injektio.

Ex 6.2: Olkoon $T : \ell^1 \rightarrow c_0$ kuvaus

$$Tx := \left(\sum_{j=1}^{\infty} x_j, \sum_{j=2}^{\infty} x_j, \dots \right),$$

missä $x = (x_j)_{j \in \mathbb{N}} \in \ell^1$. Osoita, että T on lineaarinen ja jatkuva.

Ex 6.3: Olkoon T sama kuin Ex 6.2:ssä. Osoita, että adjungaatti T^* on kuvaus $\ell^1 \rightarrow \ell^\infty$, ja että

$$T^*y^* = \left(\sum_{j=1}^n y_j \right)_{n \in \mathbb{N}}$$

on voimassa kaikilla $y^* = (y_j)_{j \in \mathbb{N}} \in \ell^1$.

Ex 6.4: Olkoot H Hilbert-avaruus ja $T \in \mathcal{L}(H)$. Osoita, että

- Jos $|\lambda| > \|T\|$, niin $\lambda \notin \delta(T)$.
- Joukko $\delta(T)$ on kompakti ja epätyhjä.

[vihje: käytä Neumannin sarjaa ja Ex 5.4]